## Общие сведения о взаимосвязи теории информации, теории алгоритмов и теории автоматов



Техническая кибернетика – наука об управлении сложными динамическими системами, которая рассматривает вопросы разработки и конструирования автоматов (вычислительной техники), технических средств сбора, хранения, приема, передачи информации, а также ее преобразования.

Теория информации – раздел прикладной математики и информатики, где решаются исследовательские задачи, связанные с процессами сбора, обработки, хранения и передачи информации.

Информация принимается и передается по каналу связи в виде сообщений, которые имеют определенную форму представления и обладают признаками начала и конца сообщения, и в зависимости от содержания информации или ее неоднозначности возникает необходимость ее преобразования в удобную для передачи форму.

В качестве преобразователей применяются кодирующие и декодирующие устройства.

Основные понятия: алфавит, конечный алфавит, символ, слово, буква.

Пустая цепочка – цепочка, не содержащая ни одного символа (ε). Ее можно рассматривать, как цепочку в любом алфавите.

Теория алгоритмов – раздел математики, который изучает общие свойства алгоритма.

Взаимосвязь ТА и ТИ заключается в том, что ТА формирует основу для разработки алгоритмических языков, обосновывает принципы выработки эффективных алгоритмов программирования и дальнейших решений задач на компьютерах.

Эффективный алгоритм – алгоритм, который состоит из наименьшего количества операций.

Большое влияние на развитие теории автоматов оказали:

1. Логическая теория
2. Теория релейно–контактных схем, состоящая из 2 направлений:
   1. Теория логических комбинационных схем (автоматы с 1 состоянием)
   2. Теория дискретных автоматов

Логические выражения могут быть простыми и сложными. Простое логическое выражение состоит из одного высказывания и не содержит логические операции.

Сложное логическое выражение состоит из высказываний, объединенных логическими операциями (не, или, и, и т.д.)

Одноместные логические операции – операции с 1 высказывание.

Двуместные логические операции (логическое сложение/умножение).

Теория релейно–контактных схем – относится к структурной теории автоматов, в которой изучаются вопросы анализа, синтеза и преобразования электрических схем, построенных из контактных реле или других переключателей, которые могут находится только в 1 из 2 состояний – замкнутом или разомкнутым. Контакты реле находятся в замкнутом состоянии, когда реле под напряжением и через его обводку проходит электрический ток. Замкнутому состоянию соответствует значение логической единицы. И наоборот.

Доказано однозначное соответственное между функциями алгебры логики и последовательно–параллельными контактными схемами, а также сформулированы условия функционирования релейно–контактной схемы.

Пусть переменная xi соответствует замыкающему контакту, а ее инверсия размыкающему. Оператором дизъюнкции и конъюнкции будет соответствовать параллельное и последовательное соединение контактных сетей соответственно.

Таким образом преобразуя структурные формулы по законам алгебры логики можно получить новые формулы, различные по структуре, т.е. по типу и числу контактов и их соединения, но равносильные по действию.

## Комбинационные схемы

Это цифровые устройства, не обладающие памятью. Их логическое состояние однозначно определяется входными сигналами, имеющимися в данный момент времени (автоматы без памяти). Значение выходной переменной в каждый момент автоматного времени определяется значением одной переменной в тот же момент времени. Поэтому время может быть исключено из функциональной зависимости.

Функциональная зависимость между входной и выходной переменной может быть задана таблицей истинности, в которой каждому значению входной переменной ставится в соответствие значение выходной переменной. Рассмотрим случай, когда входные и выходные переменные автомата без памяти являются двоичные переменные. Пусть автомат имеет N входов, на которые поступают двоичные переменные xi, где i ∈ [1;n], m выходов с которых снимается yi при этом каждая выходная переменная является функцией двойных переменных. Автомат с двоичными входными переменными при наличии n кол-во ходов можно иметь 2n выходов, на которых реализуются различные двоичные функции от n двоичных аргументов.

yi = fj(x1,…, xi)

Способы задания автомата без памяти

1. Таблица истинности или системы уравнений
2. Система уравнений, составленная аппарата двоичных функций

Основные типы элементарных автоматов без памяти

1. Автомат, реализующий функцию константа 0 или генератор 0
2. Автомат реализующий функцию тавтологии – усилитель
3. Автомат, реализующий функцию инверсии (или инвертор или схема “НЕ”)

## Синтез автомата без памяти с 1 выходом

Синтез заключается в определении структурной схемы автомата в отношении типов и числа элементарных автоматов, входящих в состав синтезируемого. Исходные данные для синтеза:

1. Описание преобразования, которые должен совершать автомат
2. Перечень типов элементарных автоматов, которые могут быть использованы для синтеза искомого автомата.
3. Требование минимального количества элементарных автоматов того или иного типа.

Этапы синтеза автомата:

1. Переход от содержательного описания к формальному (представленного в виде таблицы)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | y |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. Переход от таблицы к описанию в виде формулы: это составление виде совершенной конъюнктивной нормальной формы или совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СКНФ или СДНФ) функции реализуемой на выходе автоматом.
2. Преобразование СКНФ или СДНФ в формулу требуемого вида. Формула требуемого вида представляет собой суперпозицию функций, реализуемых элементарным автоматом заданного типа при минимальном количестве функций, входящих в формулу. Как правило производится минимизация исходной формулы с последующим преобразованием, полученной минимальной дизъюнктивной нормальной формы в требуемый вид.

*Суперпозиция функций* f0, f1, …, fn называется функция f(x1...xm) = f0(g1(x1...xm),…, gk(x1...xm)), где каждая из функций gi(x1...xm) совпадает либо с 1 переменной, тогда это тождественная функция, либо с одной из 2 функций.

1. Составление структурной схемы автомата, соответствующей полученной формуле. Порядок составления структурной схемы.
   1. . Обозначение входов и выхода синтезируемого автомата и установления им в соответствие
   2. . Обозначают элементарные автоматы, которые реализуют функции, входящие в полученную на 3 этапе формулу.
   3. . Соединяют входы синтезируемого автомата, со входами элементарных автоматов и выходы ЭА со входами других ЭА. И выходом синтезируемого автомата с формулой, полученной на 3 этапе.

ДНФ (дизъюнктивно нормальная форма)– функция имеет вид дизъюнкции нескольких конъюнкций (f(x,y,z)= (x^y)v(y^!z))

СДНФ – частный случай ДНФ, в котором соблюдается 3 условия

1. В каждом слагаемом нет повторяющихся переменных
2. Нет одинаковых элементарных конъюнкций
3. Каждое слагаемое или элементарная конъюнкция, содержит все переменные, от которых зависит функция (переменная входит либо в прямой форме, либо в форме отрицания)

КНФ (конъюнктивно нормальная форма) ­– функция имеет вид конъюнкции дизъюнкций (f(x,y,z)= (xVy)^(yV!z))

СКНФ – частный случай КНФ, в котором соблюдается 3 условия

1. Нет одинаковых элементарных дизъюнкций
2. В каждой дизъюнкции нет одинаковых переменных
3. Каждое слагаемое или элементарная дизъюнкция, содержит все переменные, от которых зависит функция (переменная входит либо в прямой форме, либо в форме отрицания)

Алгоритм построения КНФ

1. С помощью равносильных формул заменить все логические операции на основные (V,^,!)
2. Если отрицание относится к выражению, то заменить его, то заменить его на отрицание каждой отдельной переменной.
3. Преобразовать двойное отрицание (если есть)
4. Если необходимо применить свойство дистрибутивности и формулы поглощения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | F(x1,x2,x3) |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

1) x1=0, x2=0, x3=0 => !x1 !x2 !x3

2) x1=0, x2=0, x3=1 => !x1 !x2 x3

3) x1=0, x2=1, x3=0 => !x1 x2 !x3

4) x1=1, x2=1, x3=0 => x1 x2 !x3

F(x1, x2, x3) = (!x1 !x2 !x3) V (!x1 !x2 x3) V (!x1 x2 !x3) V (x1 x2 !x3)

Задача: синтезировать автомат без памяти с 1 выходом и 3 входами. Функция, реализуемая на выходе автомата принимает 1 значение тогда, когда единичное значение принимает 2 любых, либо все 3.

Для построения можем использовать схему “И“ на 2 входа, “ИЛИ”, “НЕ”. Схема автомата должна содержать минимальное схем “НЕ” и минимальное число элементарных автоматов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | F(x1,x2,x3) |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

1) x1=0, x2=1, x3=1 => !x1 x2 x3

2) x1=1, x2=0, x3=1 => x1 !x2 x3

3) x1=1, x2=1, x3=0 => x1 x2 !x3

4) x1=1, x2=1, x3=0 => x1 x2 x3

F(x1,x2,x3) = (!x1 x2 x3) V (x1 !x2 x3) V (x1 x2 !x3) V (x1 x2 x3)

Принцип минимизации СДНФ(СКНФ) – операция попарного неполного склеивания и элементарного поглощения. Операция склеивания производится между 2 слагаемыми, содержащими одинаковые переменные вхождения, которые совпадают со всеми переменными кроме 1. В этом случае все переменные кроме 1 можно вынести за скобки, а оставшееся в скобках прямое вхождение 1 переменной – поглотить.

F(x1,x2,x3) = (!x1 x2 x3) V (x1 !x2 x3) V (x1 x2 !x3) V (x1 x2 x3)

Склеить 1 и 4: (!x1 x2 x3) V (x1 x2 x3) = x2x3 (!x1 V x1) = x2x3

Склеить 3 и 4: (x1 x2 !x3) V (x1 x2 x3) = x1x2 (!x3 V x3) = x1x2

Склеить 2 и 4: (x1 !x2 x3) V (x1 x2 x3) = x1x3 (!x2 V x2) = x1x3

F(x1,x2,x3) = x2x3 V x1x2 V x1x3

F(x1,x2,x3) = x2x3 V x1 (x2 V x3) – упростили 3–членную дизъюнкцию в 2–членную дизъюнкцию.

Для реализации схемы потребуется 2 схемы “И” и 2 схемы “ИЛИ”.

Строим структурную схему автомата

